Het abc-vermoeden – uitwerkingen

Opgave 1: We kunnen 6 zelf nog schrijven als een product van twee getallen. De priemontbinding is dus $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.
Opgave 2: $12 = 2 \times 2 \times 3$; $63 = 3 \times 3 \times 7$; $125 = 5 \times 5 \times 5$.
Opgave 3: Priemgetallen zijn 2, 3, 5, 11, 13 en 19. De andere getallen zijn geen priemgetallen, want 4, 6 en 8 zijn deelbaar door 2 en 21 is deelbaar door 3.
Opgave 4: Ja, dat zijn allemaal priemgetallen. Dat komt omdat niet-priemgetallen altijd zelf weer als een product van twee getallen te schrijven zijn, dus die komen nooit in een priemontbinding voor.
Opgave 5: $\mathrm{rad}(6) = 6$, $\mathrm{rad}(8) = 2$, $\mathrm{rad}(24) = 6$, $\mathrm{rad}(25) = 5$, $\mathrm{rad}(36) = 6$, $\mathrm{rad}(80) = 10$, $\mathrm{rad}(81) = 3$.
Opgave 6: Ja, bijvoorbeeld 6, 7 en 30. Dit zijn getallen waarin elke priemfactor maar één keer voorkomt. Ze zijn dus niet deelbaar door het kwadraat van een priemgetal.
Opgave 7: Alle machten van twee hebben radicaal 2. Dat zijn dus oneindig veel getallen.
Opgave 8: Er geldt $c = a + b = 9$ en $\mathrm{rad}(a \times b \times c) = \mathrm{rad}(72) = 6$. Dit is een abc-drietal, want $6 < 9$.
Opgave 9: Er geldt $c = a + b = 32$ en $\mathrm{rad}(a \times b \times c) = \mathrm{rad}(5 \times 27 \times 32) = 30$. Dit is een abc-drietal, want $30 < 32$.
Opgave 10: Er geldt $c = a + b = 11$ en $\mathrm{rad}(a \times b \times c) = \mathrm{rad}(2 \times 9 \times 11) = 66$. Dit is geen abc-drietal, want $66 > 11$.
Opgave 11: Alle radicalen zijn gelijk aan 6.
Opgave 12:

- $(1, 63, 64)$ is een abc-drietal.
- $(3, 45, 48)$ is geen abc-drietal, want alledrie de getallen bevatten een priemfactor 3.
- $(4, 23, 27)$ is geen abc-drietal, want het radicaal is groter dan c.
- $(32, 49, 81)$ is een abc-drietal.